SPRAWOZDANIA SZKOLNE
Książnica Kopernikańska w Toruniu
SCHULPROGRAMME

Wissenschaftliche Beilage

zum

Jahresbericht des Königlichen Gymnasiums zu Dramburg.

Konstruktion und Theorie

eines

elektrischen Fernsehers

vom

Oberlehrer Walther Stephan.

Dramburg.

Druck von W. Schade & Co.

1903.

Progr. № 157.

Konstruktion und Theorie eines elektrischen Fernsehers.

Einleitung.

Das Problem.

Der elektrische Fernseher soll dazu dienen, optische Bilder von in Ruhe verharrenden oder auch in Bewegung begriffenen Gegenständen vermittels elektrischer Übertragung an entfernten Orten in einer dem Auge direkt sichtbaren Art zu reproduzieren.

Der Apparat stellt also ein Mittel zur Vergrößerung des Verwendungsbereiches des Gesichtssinnes dar. Insofern ist er in seiner Wirksamkeit mit dem Telephon zu vergleichen, in welchem die Wissenschaft ein Instrument zur Erweiterung der Grenzen unseres Gehörs geschaffen hat.

Aber während heute das Telephon auf einer hohen Stufe der Einfachheit und Vollkommenheit steht, ist es bisher noch nicht gelungen, das von uns behandelte Problem einer befriedigenden Lösung zuzuführen.

Die Schwierigkeiten, welche hier entgegenstehen, sind in den eigenartigen Unterschieden begründet, welche den beiden Sinnen und ihren Organen anhaften.

Die Schwingungen, in welche mehrere gleichzeitig tönende Körper die umgebende Luftmasse versetzen, summieren sich zu einer je nach der Art des Zusammenklingens mehr oder weniger von der einfachen Wellenbewegung eines Tones abweichenden Schwingungsform. Das menschliche Ohr ist imstande, indem es nur einfache pendelartige Schwingungen als Ton empfindet, umgekehrt eine solche komplizierte Schwingungsform in ihre einfachen Komponenten zu zerlegen.

In dem Luftraum zwischen den tönenden Körpern oder auch einer einzelnen Schallquelle und dem Gehörorgan sind demnach die einfachen Wellenzustände, welche den gehörten Tönen entsprechen, in diesem Falle gar nicht vorhanden, sondern eine einzige periodische Zeitfunktion stellt die Bewegung dar, welche durch die Luft zum Ohre geleitet wird.

Zur Übertragung solcher Bewegungsformen sind daher periodische, in einer Leitung verlaufende elektrische Ströme wohl geeignet.

Ganz anders liegt die Sache bei den Gesichtsempfindungen.

Das Zustandekommen eines Bildes auf der Netzhaut setzt voraus, daß für einen jeden wahrgenommenen Lichtpunkt (bezw. Zerstreuungsfläche) ein durch die Richtung der Wellenfläche bestimmtes und von den übrigen unterschiedenes System von Ätherschwingungen die brechenden Teile des Auges trifft. Für ein flächenhaft, also nach zwei Dimensionen ausgebildetes Netzhautbild ergibt dies eine doppelt unendliche Mannigfaltigkeit von Schwingungen, welche durch die einfach unendliche einer Zeitfunktion nicht darstellbar sind, also auch nicht durch elektrische Ströme in einer Leitung übertragen werden können.

Aus diesen Tatsachen folgt zunächst, daß es gar nicht zu umgehen ist, das zur Übertragung bestimmte Bild wenigstens nach einer Koordinatenrichtung hin in eine endliche Anzahl sprungweise begrenzter Teile aufzulösen.

Hierin liegt ein schwerer Nachteil gegenüber dem Problem, welches durch die Erfindung des Telephons gelöst worden ist. Allein derselbe ist in der Eigenart unseres Auges begründet und deshalb wenigstens solange nicht zu beseitigen, als eine begrenzte Zahl elektrischer Ströme in getrennten Leitungen verwendet werden muß.

Vielleicht gelingt es einmal, mittels der frei im Raume sich ausbreitenden Strahlen elektrischer Kraft die gleichzeitige Abbildung viel kleinerer und in entsprechend größerer Anzahl das Bild zusammenfassender Elemente zu erreichen.

Eine zweite Schwierigkeit, welche sich anfangs der Konstruktion eines elektrischen Fernsehers entgegenstellte, war nicht unüberwindbar.

Das sehende Auge erblickt die Bildelemente gleichzeitig in ihrer bestimmten Gruppierung im Gesichtsfelde. Um also an einem zweiten Ort ebenso viele entsprechend geordnete Elemente gleichzeitig sichtbar zu machen, wäre auch die gleiche Zahl von Leitungen erforderlich, da in einer jeden einzelnen nur zeitlich auf einander folgende Intensitätsänderungen des sie durchfließenden Stromes auftreten können.

In der Tat sind zuerst derartige Anordnungen vorgeschlagen worden. Sie mußten schon aus technischen Gründen scheitern, wenn auch nur ein einigermaßen deutliches sekundäres Bild, also die Übermittlung sehr vieler Bildelemente verlangt wurde.

Die Möglichkeit, diese Klippe zu umschiffen, liegt in der physiologischen Tatsache, daß im Auge Lichtempfindungen noch andauern, wenn der Reiz aufgehört hat, auf die Netzhaut einzuwirken. Hinreichend schnell wiederholte Lichteindrücke gleicher oder ähnlicher Art erzeugen daher die Wirkung zusammenhängender Beleuchtung.

Hiernach werden die durch einen Draht in zeitlicher Aufeinanderfolge übertragenen Bildelemente gleichzeitig sichtbar erscheinen, sobald die Übertragung periodisch erfolgt, und die Dauer der Periode hinreichend kurz ist. Ist aber die zeitliche Trennung in der Übermittlung der Elemente statthaft, so ist es durch geeignete mechanische Einrichtungen leicht zu erreichen, sie auch in der richtigen Flächenanordnung an einander zu reihen.

Die Aufgabe des Apparates auf der absendenden Station ist demnach:

1. die Zerlegung des primären Bildes in einzelne, kontinuierlich auf einander folgende Elemente;
2. die Erzeugung eines elektrischen Stromes, dessen Intensität sich periodisch entsprechend der Beleuchtungsstärke der Bildelemente ändert.

Andererseit sind die Funktionen des empfangenden Apparates:

1. die Rückverwandlung der elektrischen Stromvariationen in entsprechende Änderungen der Beleuchtungsintensität eines Flächenelementes;
2. die zeitlich und räumlich übereinstimmende Zusammensetzung der Elemente zu dem sekundären Bilde.

Tafel I.

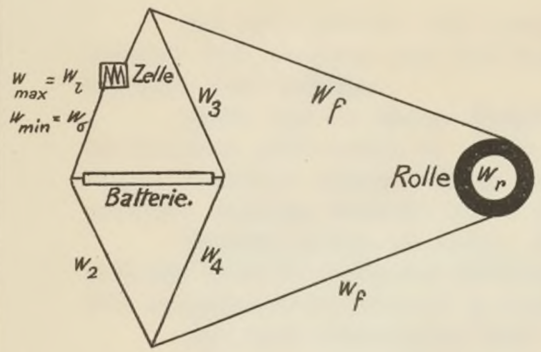


Fig: 1.

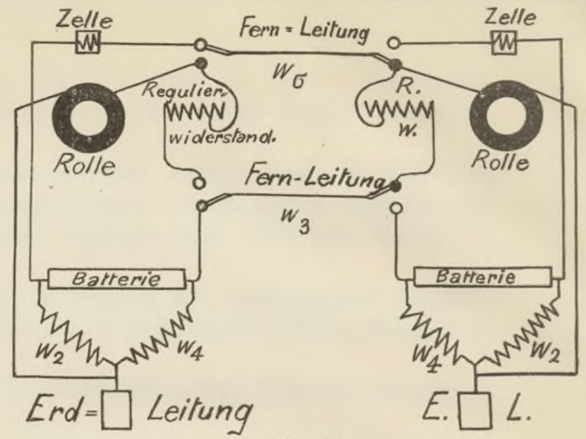


Fig:2.

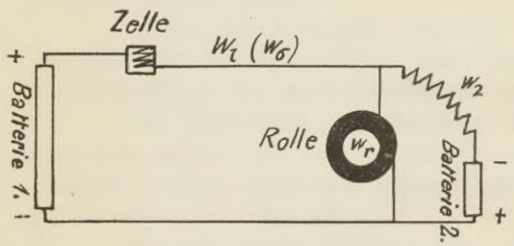


Fig: 3.

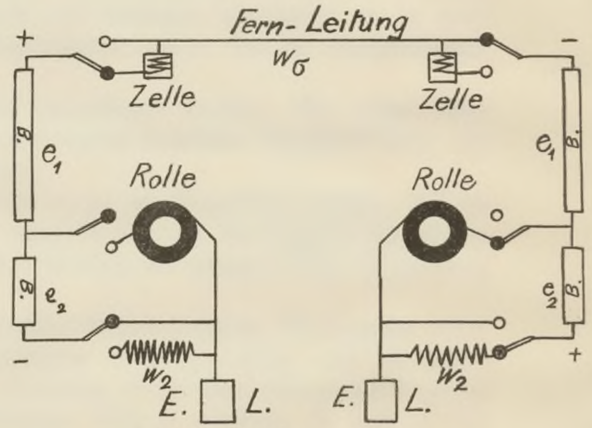


Fig: 4.

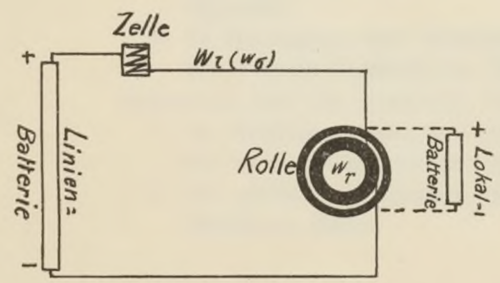


Fig: 5.

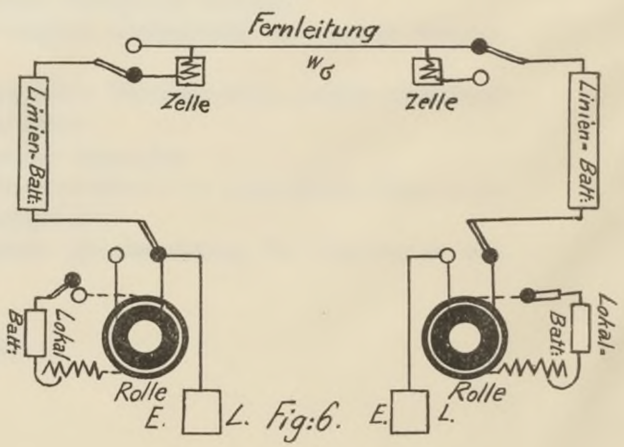


Fig:6.

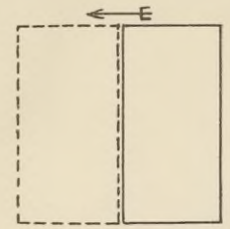


Fig:7.

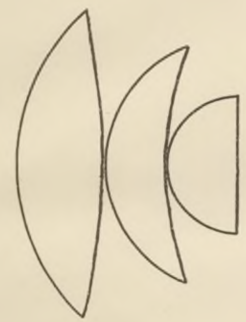


Fig: 8.

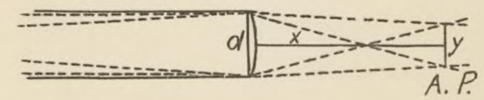


Fig: 9.

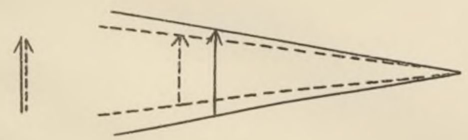


Fig: 10.

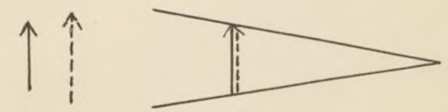


Fig: 11.

—— Violett. - - - - - Rot.

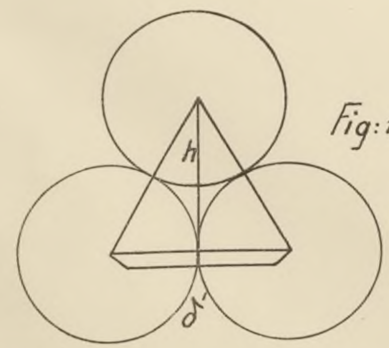


Fig: 12.

$h = \frac{1}{2}\delta\sqrt{3}$

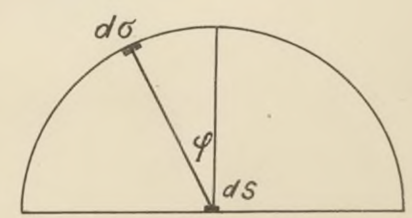
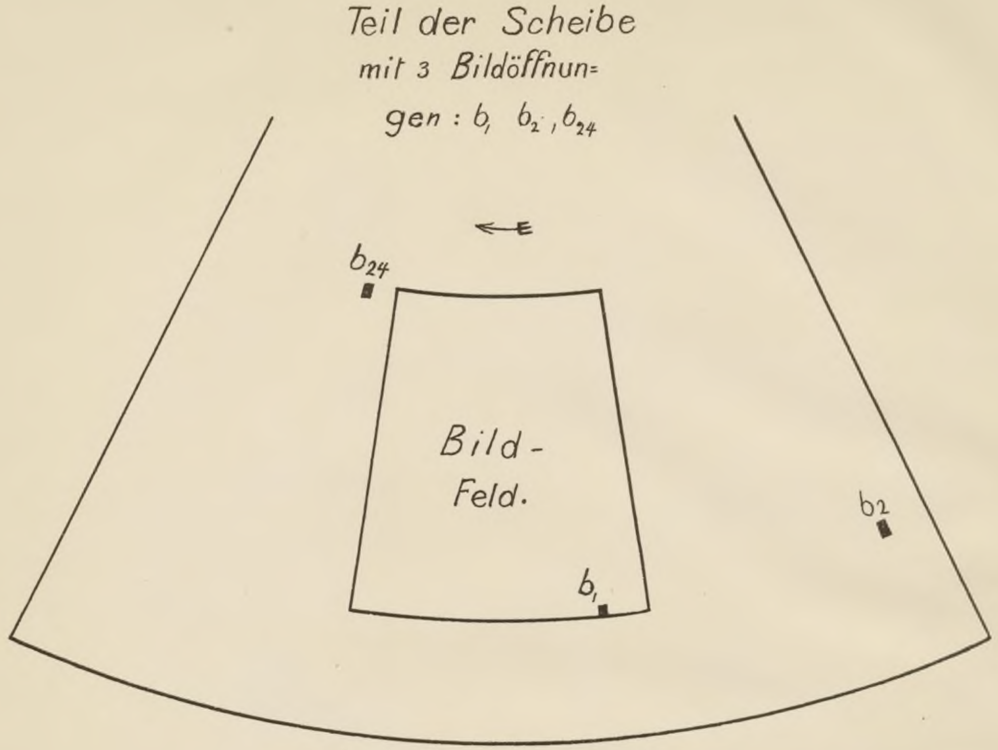
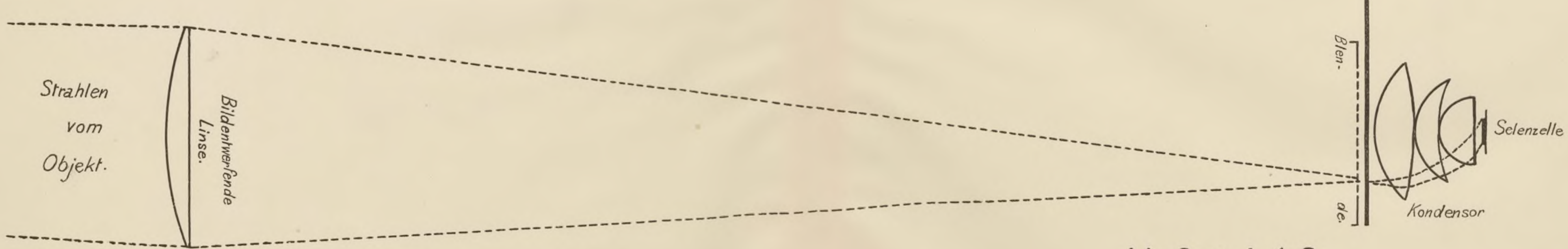


Fig: 13.

Tafel II: Sender.

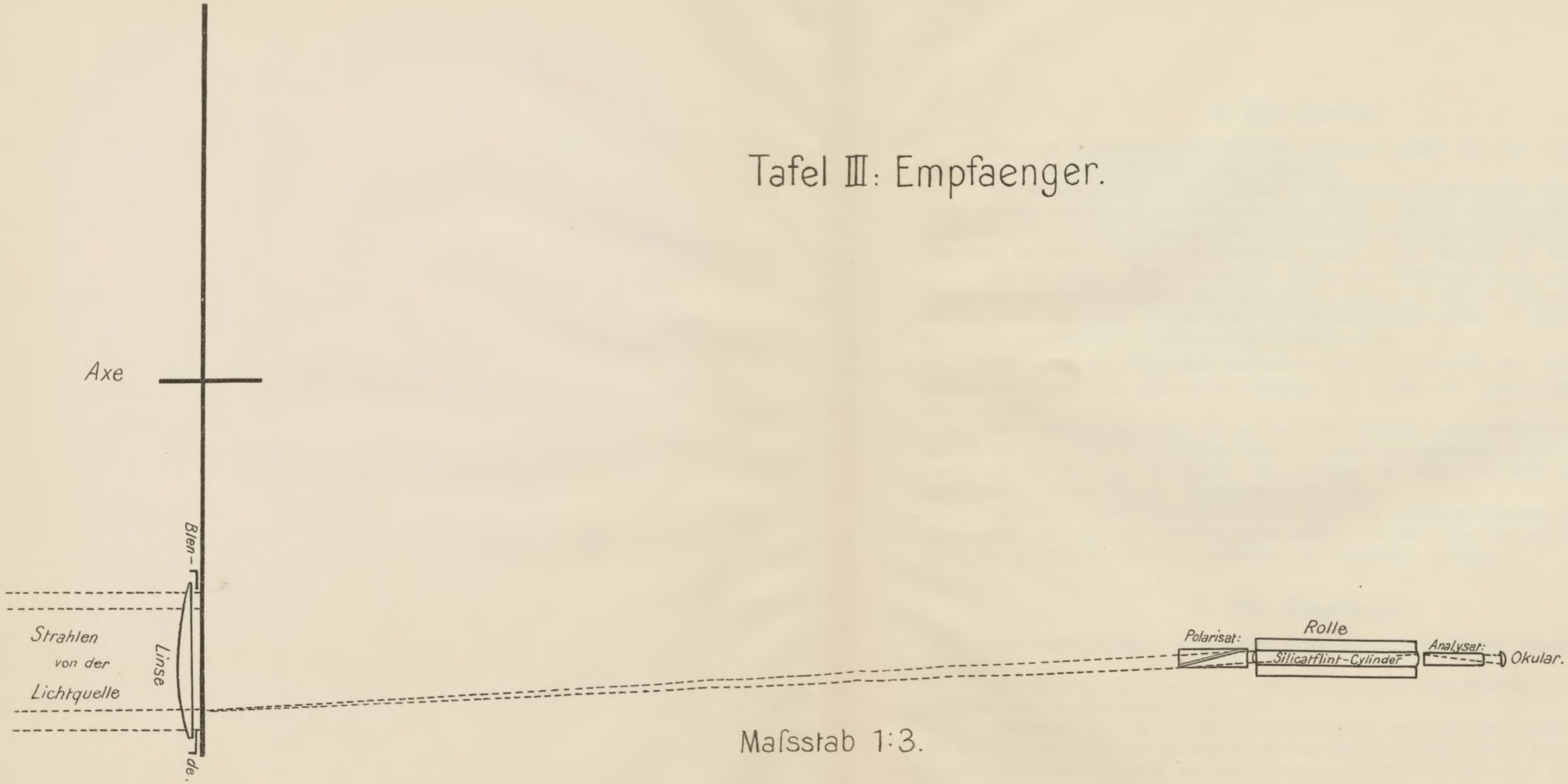


Maſsstab 2:3



Maſsstab 1:3.

Tafel III: Empfaenger.



Maſsstab 1:3.

I. Der Sender.

Von dem Gegenstande, dessen Abbildung übermittelt werden soll, wird ein reelles Linsenbild in der Ebene einer rotierenden Scheibe entworfen.

Die Auflösung dieses primären Bildes in Bildelemente, welche successiv übertragen werden sollen, geschieht dadurch, daß die Scheibe von einer Anzahl, z. B. 24, rechteckiger Bildöffnungen durchbrochen ist. Dieselben folgen in einer mit der Rotationsaxe konzentrischen Spirale aufeinander. Die Länge der radialen Seite einer Bildöffnung beträgt $^1/_{24}$ der Ganghöhe der Spirale.

Da ein einzelner Punkt des primären Bildes einer Bildöffnung solange angehört, bis sich dieselbe um ihre Breite verschoben hat (vergl. Taf. I, Fig. 7), so darf die Breite der Öffnungen nur die Hälfte ihrer Höhe betragen, damit die Zerstreuungsflächen, welche die Bildpunkte ersetzen, in radialer und tangentialer Richtung gleich ausgedehnt sind.

Das ganze zur Übertragung gelangende Bildfeld ist durch zwei unter $15^0 \left(\frac{360^0}{24}\right)$ divergierende Radien und zwei um die Ganghöhe der Spirale von einander abstehende Kreisbogen begrenzt.

Die bildentwerfende Linse ist mit dem dem Bildfelde umgeschriebenen Kreise zentriert. Koaxial mit ihr befindet sich unmittelbar hinter der Scheibe ein Linsensystem von der Öffnung dieses Kreises und von sehr kurzer Brennweite. An der Stelle, wo dasselbe ein reelles Bild der ersten Linse entwirft, befindet sich eine lichtempfindliche Selenzelle.

Eine Blende schaltet diejenigen von der ersten Linse ausgehenden Strahlen aus, welche die Scheibenfläche außerhalb des Bildfeldes treffen würden. Es wird daher stets nur eine, und zwar die gerade im Bildfelde befindliche Bildöffnung von Lichtstrahlen durchsetzt.

II. Der Empfänger.

Der Empfangsapparat ist mit einer genau wie die des Senders eingerichteten Scheibe ausgestattet.

Die Öffnungen derselben heißen Lichtöffnungen, der dem Bildfelde des Senders entsprechende Teil der Scheibenebene Lichtfeld.

Unmittelbar vor dem Lichtfelde ist eine Konvexlinse angebracht, deren optische Axe senkrecht zur Scheibenfläche durch den Mittelpunkt des dem Lichtfelde umgeschriebenen Kreises geht. Eine Blende bewirkt, daß die durch die Linse konvergent gemachten Strahlen einer in der Linsenaxe befindlichen intensiven Lichtquelle die Scheibe nur im Lichtfelde treffen.

Ein Teil der Strahlen dringt durch die eine jederzeit im Felde befindliche Öffnung und erzeugt in mäßiger Entfernung hinter der Scheibe ein kleines Bild der Lichtquelle, nachdem dieselben kurz vorher ein polarisierendes Prisma durchlaufen haben.

An der Stelle dieses Bildes werden die Strahlen von einer kollektiven Crownglaslinse aufgenommen und in einen konzentrisch orientierten Cylinder aus schwerstem Silicat-Flint geleitet, dessen Durchmesser mit demjenigen des Bildes der Lichtquelle übereinstimmt. Die Crownglaslinse entwirft noch innerhalb des Flintglascylinders, unmittelbar vor der konvex geschliffenen hinteren Grenzfläche desselben ein von dem Cylindermantel gerade umschlossenes Bild des Lichtfeldes.

Sämtliche Strahlen, welche vom Lichtfelde ausgehend das polarisierende Prisma passiert haben, durchlaufen den Flintglascylinder und treten aus demselben konvergierend aus. An der Stelle ihrer stärksten Einschnürung befindet sich das Okular oder bei photographischer Aufnahme des sekundären Bildes das Objektiv der Kamera.

Zwischen Cylinder und Okular ist ein analysierendes Prisma eingeschaltet.

Der Flintglascylinder ist mit einer Magnetisierungsrolle umgeben.

Konstruktiv lassen sich die beiden Apparate einer Station vereinigen, wenn Sorge getragen wird, daß, um den Sender zum Empfänger umzustellen, das Rohr mit der bildentwerfenden Linse sowie der Stutzen mit dem zweiten Linsensystem und der Selenzelle entfernt bezw. zur Seite gedreht werden kann.

III. Wirksamkeit der Apparate.

Die Scheiben der beiden Apparate zweier mit einander verkehrenden Stationen rotieren synchron und zwar zunächst derart, daß in einem bestimmten Zeitpunkte die Scheibenöffnungen in beiden Feldern die gleiche Lage haben.

Die Selenzelle des Senders ist mit der Magnetisierungsrolle des Empfängers in eine Stromleitung geschaltet, welche konstante elektromotorische Kräfte enthält.

Die Bildöffnungen des Senders, nach unserem Konstruktionsanschlag 24, bestreichen während einer Scheibenumdrehung das Bildfeld der Reihe nach in ebensovielen konzentrischen, an einander schließenden Ringstücken. In völlig homologer Bewegung wird im Empfangsapparate das Lichtfeld von den Lichtöffnungen und infolge dessen auch das innerhalb des Silicatflintcylinders an seiner Endfläche entworfene Bild des Lichtfeldes von den Bildern der Lichtöffnungen durchlaufen.

Die in einem bestimmten Zeitpunkte durch die eine im Bildfelde des Senders befindliche Bildöffnung hindurchtretenden Strahlen gehen stets von der bildentwerfenden Linse und zwar von deren ganzer Fläche aus; sie werden daher bei jeder Lage der Bildöffnung durch das hinter der Scheibe befindliche Linsensystem auf die Selenzelle gebrochen, sodaß auf der Oberfläche derselben ein unverrückbar fester Lichtkreis als Abbildung der ersten Linse entsteht, dessen Intensität der mittleren Beleuchtungsstärke des gerade von der Öffnung aufgenommenen Bildelementes proportional ist. In gleichem Sinne wächst daher mit derselben die Leitungsfähigkeit der Selenzelle.

Die Schaltung ist so angeordnet, daß bei verdunkelter Selenzelle, also bei ihrem maximalen Widerstande das magnetische Feld der Rolle des Empfängers Null ist; die Nicols sind gekreuzt, das Gesichtsfeld ist dunkel. Mit zunehmender Leitungsfähigkeit der Zelle geht ein wachsender Strom durch die Rolle; das hierdurch erzeugte magnetische Feld dreht der Stärke des Stromes entsprechend die Polarisationsebene der den Flintcylinder durchsetzenden Lichtstrahlen. Dem Sinusquadrat des Drehungswinkels ist die Intensität der Strahlen bei ihrem Eintritt in das Auge bezw. in die photographische Kammer proportional. Sie ändert sich also entsprechend der mittleren Beleuchtungsstärke des zu übertragenden Bildelementes.

Soll das sekundäre Bild direkt sichtbar sein, so muß die Rotation der Scheiben so schnell erfolgen, daß das Auge einen einheitlichen Eindruck von der Abbildung des Lichtfeldes empfängt. Bei Anwendung der Photographie hingegen kann die Umdrehungsgeschwindigkeit beliebig klein gewählt werden.

IV. Einfluß der Selbstinduktion.

Der Einfluß der Selbstinduktion wird im mathematischen Anhange näher untersucht. Er bewirkt im allgemeinen eine Verzögerung der Phase des Rollenstromes gegenüber den Widerstandsänderungen der Selenzelle. Um einen entsprechenden Winkel muß die Scheibe des Empfängers gegen die des Senders zurückgedreht sein.

Um keinen zu hohen Selbstinduktionskoeffizienten zu erhalten und um möglichst Proportionalität zwischen der Windungszahl und der magnetischen Potentialdifferenz der Rolle zu erhalten, hat man den Durchmesser des Rollenquerschnitts im Verhältnis zur Länge nicht zu groß zu nehmen.

V. Schaltung.

Da die Polarisationsebene bei Strahlen verschiedener Brechbarkeit im Silicatflintcylinder verschieden stark gedreht wird, so kann der Analysator nur auf absolute Dunkelheit des Gesichtsfeldes eingestellt werden, wenn das magnetische Feld der Rolle Null ist. Wegen der geringen Größe der auftretenden Drehungswinkel ist eine solche Einstellung aber durchaus nötig. Es ist daher entweder Brückenschaltung oder Gegenstromschaltung anzuwenden.

1. Brückenschaltung.

Das Schema der Schaltung, sowie die Schaltung zweier Stationen zeigt Tafel I, Figur 1 und 2.

Es sei:

E die elektromotorische Kraft der Batterie;
W ihr innerer Widerstand;
w_τ der Widerstand der verdunkelten Selenzelle;
w_σ ihr Widerstand bei stärkster Belichtung;
[w_τ und w_σ schließen den Widerstand des Brückenzweiges ein];
w_f der Widerstand der Fernleitung;
w_r der Widerstand der Rolle;
w_2, w_3, w_4 } die Widerstände der Brückenzweige;
$\triangle i$ die Stromstärke in der Rolle bei stärkster Belichtung der Zelle;
n die Anzahl der Rollenwindungen.

Dann ist nach den Gesetzen der Stromverzweigung der Rollenstrom bestimmt

1) bei verdunkelter Zelle durch:

$$E \cdot \frac{w_2\, w_3 - w_\tau\, w_4}{D_\tau}$$

Das magnetische Feld verschwindet, wenn die Rolle stromlos wird. Dann muß sein:

$$w_2\, w_3 = w_\tau\, w_4 \qquad \text{I.}$$

2) bei belichteter Zelle durch:

$$E \cdot \frac{w_2 \, w_3 - w_\sigma \, w_4}{D_\sigma}$$

oder unter Benutzung von I:

$$E \cdot \frac{w_4 \triangle w_\sigma}{D_\sigma}$$

worin: $\triangle w_\sigma = w_\tau - w_\sigma$ und:

$$D_\sigma = W (w_f + w_r)(w_\sigma + w_2 + w_3 + w_4) + W (w_\sigma + w_3)(w_2 + w_4) + (w_f + w_r)(w_\sigma + w_2)(w_3 + w_4) + w_\sigma w_2 (w_3 + w_4) + w_3 w_4 (w_\sigma + w_2)$$

Unter der Voraussetzung, daß der Rollenquerschnitt konstant ist, ist die Windungszahl n und ebenso die Potentialdifferenz des magnetischen Feldes bei einer bestimmten Stromstärke proportional $\sqrt{w_r}$. Daher wächst die Drehung der Polarisationsebene und mithin die Aufhellung des Gesichtsfeldes mit dem Ausdrucke

$$\frac{w_4 \sqrt{w_r}}{D_\sigma}$$

Derselbe wird ein Maximum, wenn die folgenden Gleichungen erfüllt sind:

$$\text{II.} \qquad w_2{}^2 = w_\tau \, w_4 \frac{(W + w_\sigma)(w_f + w_r + w_4)}{(W + w_4)(w_f + w_r + w_\sigma)}$$

$$\text{III.} \qquad w_4{}^2 = \frac{W \cdot w_2}{w_\tau} \cdot \frac{(w_f + w_r)(w_\sigma + w_2) + w_\sigma w_2}{W + w_\sigma + w_2}$$

$$\text{IV.} \qquad w_r = w_f + \frac{W (w_\sigma + w_3)(w_2 + w_4) + w_\sigma w_2 (w_3 + w_4) + w_3 w_4 (w_\sigma + w_2)}{W (w_\sigma + w_2 + w_3 + w_4) + (w_\sigma + w_2)(w_3 + w_4)}$$

Bei der Annahme, daß die Windungszahl der Rolle der Quadratwurzel aus ihrem Widerstande proportional ist, gilt die Voraussetzung, daß das Verhältnis zwischen der ganzen Dicke des isolierten Rollendrahtes und dem Durchmesser des blanken Drahtes konstant ist.

Wie die Drahtdicke aus dem günstigsten Widerstande w_r und dem festgelegten Querschnitte der Rolle zu bestimmen ist, wird bei der speziellen Durchrechnung des Apparates gezeigt werden.

Ist den Gleichungen I. bis IV. genügt, so ist die Aufhellung der lichtstärksten Teile des sekundären Bildes die größte. Für die Anwendung des Apparates ist es von vielleicht noch größerer Bedeutung, in den dunkelsten Teilen möglichst große Helligkeitsunterschiede bei geringer Änderung des Widerstandes der Selenzelle zu erhalten. Die Formeln hierfür ergeben sich ohne Weiteres aus den abgeleiteten, wenn in diese w_τ anstelle von w_σ eingesetzt wird. Werden gleichzeitig die Gleichungen II. und III. unter Benutzung der Relation I. in etwas veränderter Form dargestellt, so ergibt sich das folgende System, welches der Ausrechnung leicht zugänglich ist:

$$\text{A.} \quad \left| \begin{aligned} & w_2 \, w_3 = w_\tau \, w_4 \\ & w_2 = w_3 \cdot \frac{(W + w_\tau)(w_f + w_r + w_4)}{(W + w_4)(w_f + w_r + w_\tau)} \\ & w_4 = \frac{W}{w_3} \cdot \frac{(w_f + w_r)(w_\tau + w_2) + w_\tau w_2}{W + w_\tau + w_2} \\ & w_r = w_f + \frac{W (w_\tau + w_3)(w_2 + w_4) + w_\tau w_2 (w_3 + w_4) + w_3 w_4 (w_\tau + w_2)}{W (w_\tau + w_2 + w_3 + w_4) + (w_\tau + w_2)(w_3 + w_4)} \end{aligned} \right.$$

Da der Widerstand w_τ nicht andauernd unverändert bleibt, ist ein Regulierwiderstand eingeschaltet, mithilfe dessen w_3 auf der empfangenden Station eingestellt werden kann.

2. Gegenstromschaltung.

a. Rolle mit einfacher Wicklung.

Tafel I, Fig. 3 und 4.

Jede Station ist mit einer geteilten Batterie von der Gesamtspannung E ausgerüstet. Die Klemmenspannungen der beiden Teile seien e_1 und e_2, sodaß

I. $$e_1 + e_2 = E$$

Die ganze Batterie der sendenden Station ist mit e_1 der empfangenden zu einer Hauptbatterie hintereinandergeschaltet, während der zugehörige Teil e_2 zur Erzeugung des Gegenstromes dient.

Es seien:

$\left.\begin{matrix} w_\tau \\ w_\sigma \end{matrix}\right\}$ die Widerstände des die Selenzelle enthaltenden Zweiges;

w_r der Widerstand der Rolle;

w_2 der Widerstand des Gegenstromkreises.

Dann ist die Stromstärke in der Rollenwicklung:

1) bei verdunkelter Zelle:

$$i_\tau = \frac{(2e_1 + e_2)\, w_2 - e_2\, w_\tau}{w_r\, w_\tau + w_r\, w_2 + w_\tau\, w_2}$$

Dieselbe wird Null, wenn

$$e_2 = 2e_1 \cdot \frac{w_2}{w_\tau - w_2}$$

Hieraus und aus Gleichung I ergibt sich:

II. $$e_1 = E\,\frac{w_\tau - w_2}{w_\tau + w_2}$$

III. $$e_2 = E\,\frac{2\,w_2}{w_\tau + w_2}$$

und:

$$2e_1 + e_2 = E\,\frac{2\,w_\tau}{w_\tau + w_2}$$

2) bei belichteter Zelle:

$$i_\sigma = 2E\,(w_\tau - w_\sigma) \cdot \frac{w_2}{(w_\tau + w_2)\,(w_r\, w_\sigma + w_r\, w_2 + w_\sigma\, w_2)}$$

Die Drehung der Polarisationsebene wird demnach bei festgelegtem Rollenquerschnitt proportional dem Ausdrucke:

$$\frac{w_2\,\sqrt{w_r}}{(w_\tau + w_2)\,(w_r\, w_\sigma + w_r\, w_2 + w_\sigma\, w_2)}$$

Die Variation nach w_2 und w_r ergibt für das Maximum die Bedingungsgleichungen:

$$w_2^{\,2} = \frac{w_r\, w_\sigma\, w_\tau}{w_r + w_\sigma}$$

$$w_r = \frac{w_2\, w_\sigma}{w_2\, w_\sigma}$$

Die Auflösung gibt:

IV.
$$w_2 = \frac{\sqrt{w_\sigma\,(2w_\tau + w_\sigma)} - w_\sigma}{4}$$

$$w_r = w_\sigma \cdot \frac{\sqrt{w_\sigma\,(2w_\tau + w_\sigma)} - w_\sigma}{\sqrt{w_\sigma\,(2w_\tau + w_\sigma)} + 3w_\sigma}$$

oder mit rationalem Nenner:

V.
$$w_r = w_\sigma \cdot \frac{2\sqrt{w_\sigma\,(2w_\tau + w_\sigma)} - w_\tau - 2w_\sigma}{4w_\sigma - w_\tau}$$

Aus II. und III. erhält man für e_1 und e_2 die folgenden Werte:

VI.
$$e_1 = E \cdot \frac{8w_\tau + w_\sigma - 4\sqrt{w_\sigma\,(2w_\tau + w_\sigma)}}{8w_\tau - 5w_\sigma}$$

VII.
$$e_2 = E \cdot \frac{4\sqrt{w_\sigma\,(2w_\tau + w_\sigma)} - 6w_\sigma}{8w_\tau - 5w_\sigma}$$

Hieraus fließen als Bedingungsgleichungen für möglichst große Helligkeitsunterschiede in den dunkelsten Teilen des sekundären Bildes, indem w_τ an die Stelle von w_σ gesetzt wird:

B.
$$w_2 = w_\tau \cdot \frac{\sqrt{3} - 1}{4}$$

$$w_r = w_\tau \cdot \frac{2\sqrt{3} - 3}{3}$$

$$e_1 = E \cdot \frac{9 - 4\sqrt{3}}{3}$$

$$e_2 = E \cdot \frac{4\sqrt{3} - 6}{3}$$

Regulierwiderstände, welche einen Teil der Widerstände w_2 bilden, ermöglichen eine genaue Einstellung auf Stromlosigkeit der Rolle bei verändertem w_τ.

b. Rolle mit doppelter Wicklung (für 2 getrennte Stromkreise).

Tafel I, Fig. 5 und 6.

Da bei dieser Schaltung der Strom der lokalen Gegenbatterie verhältnismäßig wenige Windungen, welche der Hauptwicklung der Rolle übergelagert sind, ohne einen erheblichen weiteren Widerstand zu durchlaufen hat, genügen wenige Zellen.

Die Einrichtung des lokalen Stromkreises hängt von den übrigen zu berechnenden Größen ab und soll daher zuletzt betrachtet werden.

Es sei:

E die Klemmenspannung der Linienbatterie einer Station;

$\left.\begin{matrix} w_\tau \\ w_\sigma \end{matrix}\right\}$ der Widerstand der Selenzelle und der Fernleitung;

w_r der Widerstand der Rolle.

Dann ist der Rollenstrom:

1) bei unbelichteter Zelle:

$$i_\tau = \frac{2E}{w_\tau + w_r}$$

2) bei belichteter Zelle:

$$i_\sigma = \frac{2E}{w_\sigma + w_r}$$

Dem durch i_τ erzeugten magnetischen Felde muß das von dem Lokalstrom hervorgerufene entgegengesetzt gleich sein. Bei belichteter Zelle resultiert demnach als Differenz der magnetischen Potentiale in den Stirnflächen des Flintcylinders ein Wert, welcher proportional ist:

$$\sqrt{w_r}\left[\frac{1}{w_\sigma + w_r} - \frac{1}{w_\tau + w_r}\right]$$

oder:

$$(w_\tau - w_\sigma) \cdot \frac{\sqrt{w_r}}{(w_\tau + w_r)(w_\sigma + w_r)}$$

Für den günstigsten Rollenwiderstand ergibt die Variationsrechnung:

I. $$w_r = \frac{\sqrt{(w_\tau + w_\sigma)^2 + 12 w_\tau w_\sigma} - (w_\tau + w_\sigma)}{6}$$

und für $w_\sigma = w_\tau$:

C. $$w_r = \frac{1}{3} w_\tau$$

Die Drehung der Polarisationsebene ist dann proportional:

$$E (w_\tau - w_\sigma) \frac{3\sqrt{3}}{2(3 w_\sigma + w_\tau)\sqrt{w_\tau}}$$

Die Ampère-Windungszahl des lokalen Stromkreises wird proportional

$$\frac{E}{\sqrt{w_\tau}}$$

Der Proportionalitätsfaktor ist von den Abmessungen der Rolle abhängig. Seine Herleitung wird bei der speziellen Durchrechnung gezeigt werden, ebenso, wie die Zahl der Zellen und die Wicklung zu bestimmen ist.

Ein Regulierwiderstand ermöglicht die genaue Einstellung des Gegenstromes.

VI. Optik.

1. Sender.

Um möglichst große Amplituden des die Selenzelle durchfließenden Stromes zu erhalten, muß man die Flächenbeleuchtung der Selenzelle zum Maximum machen.

Es sei:

H das Flächenelement des Objektes;
l_1 der Durchmesser der bildentwerfenden Linse;
l_2 der Durchmesser des dem Bildfelde umgeschriebenen Kreises;
S die Flächengröße der Selenzelle;
a der Objektabstand;
b der Abstand zwischen erster Linse und dem Bildfelde;
c die Bildweite des kollektiven Systems hinter der Scheibe;
k, k_1 Konstanten.

Die Flächenbeleuchtung der Selenzelle wird durch den folgenden Ausdruck dargestellt:

$$k \cdot H \cdot \frac{l_1^2}{a^2} \cdot \frac{1}{S}$$

$$= k \cdot \frac{H \cdot b^2}{a^2 \cdot c^2}$$

$$= k_1 \cdot \frac{l_2^2}{c^2}$$

Hieraus folgt, daß das Verhältnis $\frac{l_2}{c}$ möglichst groß zu machen ist. Dies wird erreicht, indem die Brennweite des zweiten Linsensystems im Verhältnis zur Öffnung möglichst gering genommen und der Abstand b so groß gewählt wird, daß die Bildweite c die Brennweite nicht wesentlich übersteigt.

Da eine exakte Abbildung der ersten Linse auf der Oberfläche der Selenzelle durchaus nicht erforderlich ist, vielmehr nur die durch die Bildöffnung tretende Lichtmenge auf der ganzen feststehenden Zelle verteilt werden soll, so wird für die zweite Linsenkombination zweckmäßig die Konstruktion der Beleuchtungssysteme oder Kondensoren angenommen (Tafel I, Fig. 8).

Zu beachten ist, daß die Bestimmung der Größe l_2 noch frei bleibt.

2. Empfänger.

Als Lichtquelle werde von dem Spiegel eines Heliostaten reflektiertes Sonnenlicht benutzt. Die eingeschalteten Polarisationsprismen besitzen gerade Endflächen.

Wir nennen:

L den Durchmesser des dem Lichtfelde umgeschriebenen Kreises;
l die Länge des Flintglascylinders;
d den Durchmesser desselben;
$\left.\begin{matrix}\nu_r\\ \nu_v\end{matrix}\right\}$ die Brechungsindices des Silicatflints für Rot und Violett;
ε die scheinbare Größe des virtuellen sekundären Bildes;
p den Durchmesser der Augenpupille;
ρ den Krümmungshalbmesser der Endfläche des Flintcylinders.

Wir fassen die vorgesetzte Crownglaslinse zusammen mit der ersten brechenden Fläche des Cylinders und einem gedachten, unmittelbar hinter ihr befindlichen ebenen Schnitt als ein kollektives System auf, dessen Bilder durch den anschließenden Cylinder mit ebener Eintrittsfläche parallel verschoben sind.

Ist das System für die Gegenstandsweite des Lichtfeldes vollkommen korrigiert, so würden in Luft das rote und das violette Bild einander decken. An der Endfläche des Flintglascylinders sind sie demnach getrennt und von gleicher Größe (Tafel I, Fig. 10). Von der Austrittspupille eines einfachen Okulars aus müssen sie also unter verschiedenen Gesichtswinkeln erscheinen, d. h. das virtuelle Bild besitzt chromatische Vergrößerungsdifferenz.

Es läßt sich leicht erkennen, daß das erste kollektive System unterkorrigiert, dagegen das ganze auch den Flintglascylinder umfassende System überkorrigiert sein muß, damit Achromasie der Vergrößerung hergestellt ist; dann ist das violette Bild kleiner, liegt aber der Austrittspupille näher, so daß der Gesichtswinkel für beide Bilder derselbe sein kann (Tafel I, Fig. 11).

Der Durchmesser d des Cylinders muß übereinstimmen mit dem des größten, also des roten Bildes des dem Lichtfelde umgeschriebenen Kreises und mit dem des reellen Sonnenbildes. Hieraus folgt:

$$L : d = \frac{d}{2} \cdot \text{ctg}\, 16' : \frac{1}{\nu_r}$$

$$L = \nu_r \cdot \frac{d^2}{2l} \cdot \text{ctg}\, 16'$$

Das als sehr dünn vorausgesetzte Okular befindet sich unmittelbar vor der Austrittspupille. Der Analysator hat auf den Gang der Strahlen einer Farbe, für welche der Brechungsindex des schweren Silicatflints ν sei, nur den Einfluß paralleler Verschiebung. Dieser ist zunächst unberücksichtigt gelassen.

Der Durchmesser des Lichtfeldbildes der betreffenden Farbe sei d_ν, die Entfernung der Austrittspupille vom Bilde sei x, ihr Durchmesser y; dann ist:

$$y : d_\nu = 1 - x\left(\frac{\nu - 1}{\rho} - \frac{2\nu}{l}\right)$$

und:

$$y : d_\nu = x\,\frac{\nu - 1}{\rho} - 1$$

(Tafel I, Fig. 9)

Hieraus findet man:

$$x = \frac{l \cdot \rho}{(\nu - 1)\, l - \nu\rho}$$

$$y = \frac{\nu \cdot \rho}{(\nu - 1)\, l - \nu\rho} \cdot d_\nu$$

Unter Benutzung der Beziehung

$$\frac{d}{x} = \varepsilon$$

folgt:

$$\varepsilon + \frac{\nu \cdot d_\nu}{l} = \frac{(\nu - 1)\, d_\nu}{\rho}$$

Ist $y < p$, so erhält man für die ins Auge gelangende Lichtmenge den Wert:

$$k \cdot L^2$$

worin k eine Konstante bedeutet. Ist $y \geqq p$, so wird der Ausdruck für diese Lichtmenge:

$$k \cdot L^2 \cdot \frac{p^2}{y^2} = k\left(\frac{p}{2} \cdot \varepsilon \cdot \text{ctg}\, 16'\right)^2$$

Der Wert desselben ist von L, l, d unabhängig.

Da es vorteilhaft ist, L nicht größer zu machen, als es zur Erzielung dieser maximalen Lichtstärke nötig ist, so ist $y = p$ zu setzen. Dadurch gelangen wir zu den folgenden Bestimmungsgleichungen, welche sich auf rotes Licht beziehen:

$$\left|\begin{array}{l} d = d_{\nu_r} = \sqrt{\dfrac{\varepsilon \cdot p \cdot l}{\nu_r}} \\ \dfrac{\nu_r - 1}{\rho} = \dfrac{\nu_r}{l} + \sqrt{\dfrac{\varepsilon \cdot \nu_r}{p \cdot l}} \\ L = \dfrac{1}{2}\, p \cdot \varepsilon \cdot \text{ctg}\, 16' \end{array}\right.$$

In dem nächsten Kapitel wird auf die Verlegung der Austrittspupille infolge der Verschiedenheit der Brechungsindices ν_r und ν_v näher eingegangen.

VII. Durchrechnung des Apparates unter Zugrundelegung bestimmter Zahlenwerte für die Konstanten.

Die Dimensionen des Apparates hängen von dem Durchmesser des Lichtfeldes ab, und dieser ist durch die Größe des Gesichtsfeldes (ε) bestimmt.

Wir wählen $\varepsilon = 0{,}2$ und erhalten:

$$L = \frac{1}{2} p \cdot \varepsilon \cdot \operatorname{ctg} 16'$$

$$= 86 \text{ mm}$$

$$\text{für: } p = 4 \text{ mm}$$

Dementsprechend geben wir den begrenzenden Radien des Lichtfeldes die Länge von 144 mm und 216 mm. Eine Lichtöffnung wird dann 3 mm lang, 1,5 mm breit.

Der drehende Cylinder besteht aus schwerstem Silicatflint (Jenaer S. 57).

Die optischen Konstanten desselben sind:

$$\nu_r = 1{,}9492 \; [C]$$

$$\nu_v = 2{,}0303 \; [G']$$

Ferner setzen wir die Länge des Cylinders:

$$l = 100 \text{ mm}$$

Dann ergibt sich:

$$d = 6{,}4 \text{ mm}$$

Der Abstand der dem Flintglascylinder vorgesetzten Linse von der durch den Polarisator parallel verschobenen Lichtfeldebene beträgt für rote Strahlen 689 mm.

Um die Verzerrung zu vermeiden, welche bei Benutzung der extraordinären Strahlen das Bild infolge der Deformierung der Strahlenfläche erleidet, hat man ein Polarisationsprisma zu wählen, welches nur den ordinären Strahl durchläßt. Ein solches ist z. B. das von Zenker konstruierte.

Die Brechungsindices des Flintglases in diesem Prisma seien:

$$\lambda_r = 1{,}77$$

$$\lambda_v = 1{,}82$$

Das Verhältnis der Länge zur Breite betrage 4,25.

Dann ergibt die Rechnung für die Länge des Polarisators:

$$m_2 = 42 \text{ mm},$$

für die des Analysators:

$$m_3 = 28 \text{ mm}$$

Die Parallelverschiebung des Lichtfeldes beträgt somit für Rot:

$$m_2 \left(1 - \frac{1}{\lambda_r}\right) = 18{,}271 \text{ mm},$$

für Violett:

$$m_2 \left(1 - \frac{1}{\lambda_v}\right) = 18{,}923 \text{ mm}.$$

Die Differenz dieser Verschiebungen ist:

$$m_2\left(\frac{1}{\lambda_r}-\frac{1}{\lambda_v}\right)=0{,}652\text{ mm.}$$

Mithin sind die Abstände der beiden farbigen Lichtfelder von der ersten brechenden Fläche des Systems:

$$a_r = 689\text{ mm}$$
$$a_v = 688{,}348\text{ mm}$$

Denken wir uns den Flintcylinder unmittelbar hinter seiner vorderen Stirnfläche senkrecht zur Axe eben durchschnitten, so bildet die vorgesetzte Crownglaslinse mit dem abgeschnittenen Teil ein kollektives System, dessen Dicke wir vernachlässigen dürfen. Die Brennweiten desselben seien f_r und f_v. Die Bildweiten in Luft ergeben sich aus den Gleichungen:

$$\frac{1}{b_r}=\frac{1}{f_r}-\frac{1}{a_r}$$
$$\frac{1}{b_v}=\frac{1}{f_v}-\frac{1}{a_v}$$

oder:

$$b_r=\frac{a_r\cdot f_r}{a_r-f_r}$$
$$b_v=\frac{a_v\cdot f_v}{a_v-f_v}$$

Der zweite Teil des Flintglascylinders verschiebt beide Bilder. Die Bildentfernungen im Flintglase werden:

$$c_r = b_r\,.\,\nu_r$$
$$c_v = b_v\,.\,\nu_v$$

Die Differenz derselben ist:

$$c_v - c_r = b_v\,.\,\nu_v - b_r\,.\,\nu_r$$
$$=\frac{a_v\,.\,f_v}{a_v-f_v}\,.\,\nu_v-\frac{a_r\,.\,f_r}{a_r-f_r}\,.\,\nu_r$$

Der Analysator nähert beide Bilder um:

$$m_3\left(1-\frac{1}{\lambda_r}\right)=12{,}181\text{ mm}$$

bezw.:

$$m_3\left(1-\frac{1}{\lambda_v}\right)=12{,}615\text{ mm}$$

Die Differenz ihrer Abstände vom Okular wird daher:

$$g_r-g_v=\frac{1}{\nu_r}\left(\frac{a_v\,.\,f_v}{a_v-f_v}\,.\,\nu_v-\frac{a_r\,.\,f_r}{a_r-f_r}\,.\,\nu_r\right)+m_3\left(\frac{1}{\lambda_r}-\frac{1}{\lambda_v}\right)$$

Die Bildgrößen sind:

$$B_r = L\,.\,\frac{f_r}{a_r-f_r}$$
$$B_v = L\,.\,\frac{f_v}{a_v-f_v}$$

Damit also erstens das violette Bild in der hinteren Stirnfläche des Flintglascylinders liegt, und zweitens Vergrößerungsachromasie besteht, sind die Brennweiten f_r und f_v aus den folgenden beiden Gleichungen zu berechnen:

$$c_v = 1$$

$$B_r - B_v = \varepsilon \,.\, (g_r - g_v)$$

Die numerische Ausrechnung ergibt:

$$f_r = 47{,}317 \text{ mm}$$

$$f_v = 45{,}965 \text{ mm}$$

Für die Vorsatzlinse wird zweckmäßig eine Glassorte gewählt, deren Dispersionsgang dem des schweren Flintglases entspricht. Ein solches Glas ist das Jenaer O. 225:

$$n_D = 1{,}516$$

Für die Brechungsindices der C- und G'-Strahlen setzen wir:

$$n_C = 1{,}514$$

$$n_{G'} = 1{,}526 \qquad \text{(berechnet).}$$

Der zweite Krümmungshalbmesser der Vorsatzlinse stimmt mit dem der vorderen Stirnfläche des Cylinders überein. Die Durchrechnung ergibt eine konvex-konkave Vorsatzlinse mit den Halbmessern:

$$\rho_1 = 25{,}47 \text{ mm}$$

$$\rho_2 = -460 \text{ mm}$$

Der räumliche Abstand des abbildenden Systems von der Ebene des Lichtfeldes ergibt sich aus a_r und der zugehörigen Verschiebung im Polarisator zu 707,27 mm.

Ferner wird:

$$b_r = 50{,}806 \text{ mm}$$

$$b_v = 49{,}254 \text{ mm}$$

$$c_r = 99{,}031 \text{ mm}$$

$$c_v = 100{,}000 \text{ mm}$$

$$g_r - g_v = 0{,}931 \text{ mm}$$

$$B_r = 6{,}2825 \text{ mm}$$

$$B_v = 6{,}0963 \text{ mm}$$

Demnach ist

$$B_r - B_v = 0{,}1862 \text{ mm}$$

und

$$\varepsilon\,(g_r - g_v) = 0{,}1862 \text{ mm}$$

sodaß die Bedingung für die Achromasie des virtuellen Bildrandes:

$$B_r - B_v = \varepsilon\,(g_r - g_v)$$

mit aller Schärfe erfüllt ist.

Inbetreff der Lage und Größe der Austrittspupille, sowie über die Berechnung des Krümmungshalbmessers ρ_3 der Endfläche des Cylinders ist das Folgende zu sagen.

Der Ort stärkster Einschnürung der Lichtstrahlen, welche den Analysator verlassen haben, befindet sich an der Stelle, an welcher der am stärksten gebrochene violette Strahl (d. i. der durch den Brennpunkt gehende) den am schwächsten gebrochenen roten schneidet.

Bezeichnet z den Durchmesser der Austrittspupille, so führen unter Berücksichtigung der Beziehung

$$B_r - B_v = \varepsilon\,(g_r - g_v)$$

die folgenden beiden Gleichungen zur Berechnung von ρ_3 und z:

$$z : B_r = 1 - \frac{B_r}{\varepsilon}\left(\frac{\nu_r - 1}{\rho_3} - \frac{2\nu_r}{c_3}\right)$$

$$z : B_v = \frac{B_v}{\varepsilon} \cdot \frac{\nu_v - 1}{\rho_3} - 1$$

Aus ihnen findet man:

$$\rho_3 = \frac{B_r^2 (\nu_r - 1) + B_v^2 (\nu_v - 1)}{\varepsilon (B_r + B_v) + \frac{2 B_r^2 \nu_r}{c_r}}$$

$$z = B_v \left(\frac{B_v}{\varepsilon} \cdot \frac{\nu_v - 1}{\rho_3} - 1\right)$$

Die Ausrechnung ergibt:

$$\rho_3 = 18{,}80 \text{ mm}$$
$$z = 4{,}09 \text{ mm}$$

z ist also, wie beabsichtigt, wenig größer als der zu 4 mm angenommene Durchmesser der Augenpupille.

Der räumliche Abstand der Austrittspupille des Okulars von der Endfläche des Flintglascylinders beträgt 43,10 mm.

Wir wenden uns nun zu der Berechnung der elektrischen Größen. Die Selenzelle besitze einen maximalen Widerstand

$$w_\tau = 5000 \text{ Ohm}$$

welcher bis auf

$$w_\sigma = 3000 \text{ Ohm}$$

bei hinreichend langer Belichtung im hellsten Teile des Bildfeldes herabsinkt.

Die Apparate sind mit einander in Gegenstromschaltung verbunden.

a. Einfache Rollenwicklung.

Für den Rollenquerschnitt wählen wir die folgenden Abmessungen:

Länge: $l = 100$ mm
Äußerer Halbmesser: $r_1 = 12$ „
Innerer Halbmesser: $r_2 = 4$ „

Die Zahl der Drahtwindungen sei n.

Dann ist die magnetische Potentialdifferenz für die Mittelpunkte der Stirnflächen

$$\triangle V = 4\pi\, i\, n \left(1 - \frac{r_1 + r_2}{1 \cdot 2 \cdot l} + \frac{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot l^2} - \ldots\right)$$
$$= 11{,}605\, i \cdot n$$

Bezeichnet

δ den Durchmesser des blanken Drahtes,
δ' den des umsponnenen,

so ist die Zahl der Windungen einer Lage gleich $\frac{l}{\delta'}$, die Zahl der Lagen gleich

$$\frac{r_1 - r_2}{\delta'} \cdot \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

Der Zahlenfaktor $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ (numerischer Wert 1,1547) tritt in dem letzten Ausdrucke wegen des Einsinkens der Drahtwindungen auf, wie aus Tafel I, Figur 12 leicht zu ersehen ist.

Die Zahl der Windungen wird demnach:

$$n = \frac{2}{3}\sqrt{3} \cdot \frac{l\,(r_1 - r_2)}{\delta'^2}$$

Die mittlere Länge einer Windung ist gleich $(r_1 + r_2)\,\pi$, mithin die Gesamtlänge des Drahtes:

$$\frac{2}{3}\sqrt{3} \cdot \frac{l\,(r_1^2 - r_2^2)\,\pi}{\delta'^2}$$

Der Leitungswiderstand zwischen den gegenüberliegenden Flächen eines ccm Cu heiße γ (numerischer Wert: $17 \cdot 10^{-6}$ Ohm). Der Querschnitt des blanken Drahtes ist $\frac{\delta^2\,\pi}{4}$. Dann ist der Widerstand der Rolle:

$$w_r = \frac{8}{3}\sqrt{3} \cdot \frac{l\,(r_1^2 - r_2^2) \cdot \gamma}{\delta^2\,\delta'^2}$$

Nach der 2ten Gleichung des Systems B auf S. 10 wird demnach:

$$\frac{8}{3}\sqrt{3} \cdot \frac{l\,(r_1^2 - r_2^2) \cdot \gamma}{\delta^2\,\delta'^2} = w_\tau \cdot \frac{2\sqrt{3} - 3}{3}$$

Nach Einsetzung der Zahlenwerte findet man:

$$\delta^2 \cdot \delta'^2 = 0{,}001299$$

Setzen wir $\frac{\delta^2}{\delta'^2} = 0{,}5$, so wird

$$\delta'^4 = 0{,}002599$$

$$\delta' = 0{,}2258$$

$$\delta^2 = 0{,}02549$$

$$n = 18120$$

Die Länge des Rollendrahtes wird gleich 911 m, der Widerstand gleich 773,5 Ohm.

Bei der praktischen Herstellung der Rollenwicklung hat man mit einer vollen Lagenzahl zu rechnen. Auch wird der Wicklungsdraht in der Dicke nicht völlig mit dem theoretisch günstigsten Werte übereinstimmen können. Die hieraus entspringenden Abweichungen von den angegebenen Zahlen sind indessen so gering, daß die weiteren Ergebnisse der Rechnung von ihnen nur unwesentlich beeinflußt werden.

Die Potentialdifferenz der Magnetisierungsrolle wird:

$$\triangle V = 11{,}605\,i = 210300\,i$$

Die Verdetsche Konstante des Jenaer schweren Silicatflints S. 163 beträgt

$$\omega = 0{,}0888'\ (D)\ [C.\,G.\,S.]$$

Nehmen wir für das von uns verwendete noch schwerere S. 57 dasselbe ω an, so erhalten wir für die mittlere Drehung eines Axenstrahls

$$\vartheta_0 = 18675\,i'$$

vorausgesetzt, daß i im absoluten Maßsystem bestimmt ist. Wird die Stromstärke, wie wir es tun wollen, nach Ampères gemessen, so folgt

$$\vartheta_0 = 1867{,}5\,i'$$

Will man noch darauf Rücksicht nehmen, daß gegen die Axe geneigte Strahlen eine geringere, dem Cosinus des Neigungswinkels proportionale Drehung erfahren, so ist dieser Wert noch mit

$$\frac{1}{\varphi}\int_0^{\varphi}\cos\varphi\,d\varphi$$

zu multiplizieren, worin

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg}\frac{B_r}{2C_r}$$

Der Vollständigkeit unserer Untersuchung halber soll auch dieser Faktor angebracht werden. Man findet:

$$\varphi = 1^0\,49'$$

$$\frac{1}{\varphi}\int_0^{\varphi}\cos\varphi\,d\varphi = \frac{\sin\varphi}{\varphi} = 0{,}99983$$

und den Mittelwert der Drehung:

$$\vartheta = 1867{,}2\,i'$$

Ferner wird nach der ersten Gleichung des Systems B (S. 10):

$$w_2 = 915 \text{ Ohm.}$$

Die maximale Stromstärke in der Rolle wird nach S. 9, 2):

$$i_\sigma = 2E\,(w_\tau - w_\sigma)\cdot\frac{w_2}{(w_\tau + w_2)\,(w_r\,w_2 + w_r\,w_\sigma + w_\sigma\,w_2)}$$
$$= E\cdot 0{,}00010718$$

und demnach:

$$\vartheta = E\cdot 0{,}20012$$

Der Drehungswinkel kann also durch Steigerung der elektromotorischen Kraft beliebig vergrößert werden. Praktische Grenzen setzen hier jedoch die in der Rolle entwickelte Stromwärme sowie die Strombelastung, welche die Selenzelle verträgt.

Die Querschnittsbelastung des Rollendrahtes ergibt sich aus den angegebenen Werten von i_σ und δ zu

$$0{,}00535\,E\,\frac{\text{Amp}}{\text{qmm}},$$

die Wattbeanspruchung aus i_σ und w_r zu

$$8{,}886\cdot 10^{-6}\,E^2$$

Aus der geringen Größe des Faktors von E^2 folgt, daß es statthaft ist, zur Erzielung hinreichend großer Drehungswinkel verhältnismäßig hohe Spannungen zu verwenden, ohne die Rolle zu überlasten.

Die Intensität des Stromes, welcher durch die Selenzelle bei deren geringstem Widerstande w_σ fließt, wird:

$$i_1 = \frac{(2e_1 + e_2)\,(w_r + w_2) + e_2\,w_r}{w_r\,w_\sigma + w_r\,w_2 + w_\sigma\,w_2}$$

oder nach Einsetzen der auf S. 10, B angegebenen Werte für e_1 und e_2:

$$i_1 = 2E\cdot\frac{w_r\,w_\tau + w_r\,w_2 + w_\tau\,w_2}{(w_\tau + w_2)\cdot(w_r\,w_\sigma + w_r\,w_2 + w_\sigma\,w_2)}$$

Hieraus folgt unter Berücksichtigung der für i_σ abgeleiteten Gleichung (S. 9, 2):

$$i_1 = i\cdot\frac{w_r\,w_\tau + w_r\,w_2 + w_\tau\,w_2}{w_2\,(w_\tau - w_\sigma)}$$

Nun sei:

$$w_r = \alpha \cdot w_\tau$$
$$w_2 = \beta \cdot w_\tau$$
$$w_\sigma = \gamma \cdot w_\tau$$

Dann wird:

$$i_1 = i \cdot \frac{1}{1-\gamma} \cdot \left(\frac{\alpha}{\beta} + \alpha + 1\right)$$

Hierin ist nach S. 10:

$$\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$$
$$\beta = \frac{\sqrt{3} - 1}{4}$$

Daraus folgt:

$$i_1 = i \cdot \frac{1}{1-\gamma} \cdot 2$$

Für $\gamma = 0{,}6$ wird also:

$$i_1 = 5i$$
$$= 0{,}0005359 \cdot E$$

b. Rolle mit Doppelwicklung.

Unter Beibehaltung der bisherigen Bezeichnungen finden wir aus Gleichung C auf S. 11:

$$w_r = \frac{8}{3}\sqrt{3} \cdot \frac{l\,(r_1{}^2 - r_2{}^2) \cdot \gamma}{\delta^2\, \delta'^2} = \frac{1}{3}\, w_\tau$$

Nach Einsetzung der Zahlenwerte ergibt sich:

$$\delta^2\, \delta'^2 = 0{,}00060303$$
$$\delta' = 0{,}18636$$
$$\delta^2 = 0{,}017364$$
$$n = 26600$$

Die Länge des Rollendrahtes wird gleich 1337 m, der Rollenwiderstand gleich 1667 Ohm. Ferner wird:

$$\triangle V = 11{,}605\, n \cdot \triangle i = 308690 \cdot \triangle i$$
$$\vartheta_0 = 2741{,}2 \cdot \triangle i \quad [i \text{ in Amp.}]$$
$$\vartheta = 2740{,}8 \cdot \triangle i$$

Nun ist:

$$\triangle i = 2E \cdot \frac{w_\tau - w_\sigma}{(w_\tau + w_r)\,(w_\sigma + w_r)}$$
$$= 0{,}00012857 \cdot E$$

Also:

$$\vartheta = 0{,}35237 \cdot E$$

Für die maximale Stromstärke, welche die Rolle durchfließt, findet man den Wert

$$i_1 = \frac{2E}{w_\sigma + w_r} = 0{,}00042857 \cdot E$$

Die Querschnittsbelastung des Rollendrahtes wird demnach:

$$\frac{4 i_1}{\delta^2\, \pi} = 0{,}031425 \cdot E$$

Der lokale Stromkreis ist nach folgenden Gesichtspunkten anzuordnen.

Der äußere Halbmesser der doppelt bewickelten Rolle sei r_0. Dann ist der für die zweite Wicklung verfügbare Querschnitt $l\,(r_0 - r_1)$.

Es seien ferner:

$\left.\begin{matrix}\eta\\ \eta'\end{matrix}\right\}$ die Durchmesser des nackten bezw. des umsponnenen Wicklungsdrahtes;

$\frac{\eta'^2}{\eta^2} = \mu, \frac{\eta^2\,\pi}{4} = q;$

i_0 die Stromstärke in der äußeren Wicklung;

e_0 die elektromotorische Kraft der Lokalbatterie.

Dann ist die Zahl der Windungen

$$n_0 = \frac{2}{3}\sqrt{3} \cdot \frac{l\,(r_0 - r_1)}{\eta'^2}$$

Die magnetische Potentialdifferenz, welche die äußere Wicklung bewirkt, ist:

$$\triangle V_0 = \lambda \cdot 4\pi\, i_0\, n_0$$

worin

$$\lambda = 1 - \frac{r_0 + r_1}{1 \cdot 2 \cdot l} + \frac{r_0^2 + r_0\, r_1 + r_1^2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot l^2} - \ldots$$

Mithin muß sein:

$$\lambda \cdot 4\pi \cdot \frac{2}{3}\sqrt{3} \cdot \frac{l\,(r_0 - r_1)}{\eta'^2} \cdot i_0 = 11{,}605 \cdot n \cdot i_\tau$$

$$\frac{i_0}{\eta'^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot \frac{11{,}605}{\lambda \cdot 4\pi} \cdot \frac{n \cdot i_\tau}{(l\, r_0 - r_1)}$$

I. $$\frac{i_0}{q} = \frac{4 i_0}{\eta^2\,\pi} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot \frac{11{,}605}{\lambda \cdot \mu \cdot \pi^2} \cdot \frac{n \cdot i_\tau}{l\,(r_0 - r_1)}$$

Indem für $\frac{i_0}{q}$ die zulässige Querschnittsbelastung eingesetzt wird, bestimmt diese Gleichung r_0.

Die Länge des übergewickelten Drahtes ist, da der mittlere Halbmesser der Windungen $\frac{r_0 + r_1}{2}$ beträgt, gleich:

$$\frac{2}{3}\sqrt{3} \cdot \frac{l\,(r_0^2 - r_1^2) \cdot \pi}{\eta'^2}$$

also der Widerstand:

$$\frac{8}{3}\sqrt{3} \cdot \frac{l\,(r_0^2 - r_1^2) \cdot \gamma}{\eta^2\,\eta'^2} \quad \text{oder}$$

$$\frac{8}{3}\sqrt{3} \cdot \frac{l\,(r_0^2 - r_1^2) \cdot \gamma}{\eta'^4 \cdot \mu}$$

Hieraus ergibt sich:

II. $$i_0 = e_0 \cdot \frac{\eta'^4 \cdot \mu \cdot \sqrt{3}}{8l\,(r_0^2 - r_1^2) \cdot \gamma}$$

Aus I. und II. leitet sich die folgende Beziehung zwischen e_0 und η' her:

III. $$e_0 = \frac{11{,}605}{\lambda \cdot \mu \cdot \pi} \cdot \frac{n\, i_\tau\,(r_0 + r_1) \cdot \gamma}{\eta'^2}$$

Zu einem interessanten Ergebnis gelangt man, indem man den Wert der Stromarbeit bestimmt. Es findet sich:

IV. $$e_0\, i_0 = \frac{1}{8} \sqrt{3} \left(\frac{11{,}605\, n\, i_\tau}{\lambda\, \pi}\right)^2 \cdot \frac{(r_0 + r_1) \cdot \gamma}{(r_0 - r_1) \cdot \mu}$$

Dieser Wert ist unabhängig von η.

Aus Formel III wird die Spannungsdifferenz an den Klemmen der zweiten Wicklung bestimmt. Hierzu hat natürlich der Potentialabfall in den Zuleitungen und im Regulierwiderstand zu treten, wenn man die Klemmenspannung der Lokalbatterie sucht. Derselbe ist gleich $i_0\, w_0'$, wenn w_0' den äußeren Widerstand außer der Wicklung mißt.

Aus den für den Drehungswinkel ϑ der Polarisationsebene unter a. (S. 19) und b. (S. 20) ermittelten Werten ist zu ersehen, daß bei gleicher Stärke der Linienbatterie die zweite Art der Schaltung günstiger ist.

Um mit einem konkreten Beispiel zu rechnen, setzen wir

$$E = 110\,V$$

Dann wird: $$\vartheta = 38{,}76'$$

Ferner ergibt sich: $$i_\tau = 0{,}033000 \text{ Amp.}$$
$$i_1 = 0{,}047143 \text{ Amp.}$$

Querschnittsbelastung der Linienwicklung: $3{,}5 \frac{\text{Amp}}{\text{qmm}}$

Wählen wir für die Strombelastung der zweiten Wicklung den Betrag

$$\frac{i_0}{q} = 3 \frac{\text{Amp}}{\text{qmm}}$$

so folgt aus Gleichung I:

$$\lambda\,(r_0 - r_1) = 5{,}96$$
$$r_0 = 18{,}89$$
$$\lambda = 0{,}865$$

Setzen wir weiter: $\eta' = 1$ mm, so wird:

$$e_0 = 2{,}4\,V$$
$$i_0 = 1{,}18\,A$$

Rechnen wir für den Widerstand der Zuleitungen und den Regulierwiderstand 1,4 Ohm, so ist der Potentialabfall in diesen Teilen des Lokalstromkreises gleich 1,65 V, sodaß die Klemmenspannung der Batterie 4,05 V betragen muß.

Es reichen also 2 Akkumulatorzellen aus.

Wir wenden uns schließlich zur Berechnung der Aufhellung des Gesichtsfeldes.

Als Einheit der Lichtmenge führen wir diejenige ein, welche die Flächeneinheit einer ebenen, weißen und vollkommen diffus reflektierenden Oberfläche unter senkrechter Inzidenz bei einer Beleuchtungsstärke von 1 Meter-Kerze erhält.

Auf das Flächenelement ds entfällt dann der Betrag ds.

Befindet sich in der Entfernung D von ds ein zweites Flächenelement $d\sigma$, welches mit ds den Winkel φ bildet, und ist die Beleuchtungsstärke der reflektierenden Fläche J, so ist die auf das Element $d\sigma$ fallende Lichtmenge gleich

$$J\, ds \cdot \frac{d\sigma \cos \varphi}{\int d\sigma \cos \varphi}$$ [Tafel I, Fig. 13]

worin das Integral über die Halbkugel mit dem Halbmesser D zu nehmen ist. Es ist:

$$\int d\sigma \cos\varphi = D^2 \pi$$

Der Wert für die Lichtmenge wird also

$$\frac{J\, ds \cdot d\sigma \cos\varphi}{D^2 \pi}$$

Befindet sich nun die Augenpupille mit dem Durchmesser p in der Entfernung D der deutlichen Sehweite einem mäßig ausgedehnten Teile der beleuchteten Fläche gegenüber, so kann man für alle Elemente der letzteren mit großer Annäherung $\cos\varphi = 1$ setzen und über die Einheit der Oberfläche nach s, über die Öffnung der Pupille nach σ integrieren.

Als Betrag der Lichtmenge, welche das Auge von einer mit 1 M. K. erleuchteten Flächeneinheit empfängt, erhält man so den Wert

$$\left(\frac{p}{2D}\right)^2$$

Derselbe wird für $p = 4$ mm, $D = 250$ mm:

$$\left(\frac{p}{2D}\right)^2 = 0{,}000064$$

Die Lichtstärke der Sonne nehmen wir zu 60000 M. K. an.

Der Gesamtverlust durch Reflexion und Absorption mag $1/3$ hiervon betragen. Der Polarisator läßt nur die Hälfte der eintretenden Lichtmenge hindurch. Es durchläuft also den Flintglascylinder der auf die Flächengröße einer Lichtöffnung entfallende Betrag einer Beleuchtung durch 20000 M. K.

Die aus dem Analysator austretende Lichtmenge wird hieraus durch Multiplikation mit $\sin^2\vartheta$, die in die Pupille eintretende durch weitere Multiplikation mit $\frac{p^2}{z^2}$ (vergl. S. 17) gewonnen.

Nach den Gesetzen der physiologischen Optik ist die Größe der empfundenen Lichtintensität gleich derjenigen, welche entstehen würde, wenn das in einer bestimmten Periode die Netzhaut treffende Licht über die ganze Dauer der Periode verteilt würde.

Es erscheint demnach jede Kreislinie einer sich drehenden Scheibe, deren Mittelpunkt in der Rotationsaxe liegt, bei hinreichend schneller Umdrehung so, als ob alles Licht, welches von sämtlichen Punkten der Kreislinie ausgeht, gleichmäßig über die ganze Kreislinie verbreitet sei.

Hieraus erhellt, daß die subjektiv empfundene, von der Flächeneinheit der Lichtöffnung in die Pupille gesandte Lichtmenge aus dem vorher bestimmten objektiven Betrage derselben gefunden wird, indem man diesen mit dem Quotienten aus der Fläche einer Lichtöffnung durch die des ganzen Lichtfeldes multipliziert.

Eine kurze Rechnung zeigt dies noch deutlicher.

Bezeichnen R_1 und R_2 die begrenzenden Radien des Lichtfeldes, so ist die mittlere Länge des von einer Lichtöffnung beschriebenen Kreisringes:

$$(R_1 + R_2) \cdot \pi,$$

die Breite der Lichtöffnung:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{R_1 - R_2}{n},$$

wenn n die Zahl der Öffnungen ist. Mithin erhält der Bruch, welcher angibt, in welchem Betrage sich die Flächenhelligkeit der Lichtöffnung auf den Kreisring verteilt, den Wert:

$$\frac{R_1 - R_2}{2\,(R_1 + R_2)\,\pi \cdot n}$$

Derselbe Quotient entsteht aber auch, wenn wir die Fläche einer Lichtöffnung:

$$\frac{(R_1 - R_2)^2}{2n^2}$$

durch die Fläche des Lichtfeldes:

$$\frac{(R_1^2 - R_2^2)\,\pi}{n}$$

dividieren.

Somit wird die subjektiv empfundene, von der Flächeneinheit einer Lichtöffnung in die Pupille gesandte Lichtmenge:

$$20000 \sin^2 \vartheta \cdot \frac{p^2}{z^2} \cdot \frac{R_1 - R_2}{2\,(R_1 + R_2)\,\pi \cdot n}$$

Das Lichtfeld besitzt einen umgeschriebenen Kreis von 85,2 mm Durchmesser. Für die deutliche Sehweite $D = 250$ mm und $\varepsilon = 0{,}2$ (vergl. S. 12) ist der Durchmesser des virtuellen Lichtfeldbildes gleich 50 mm. Hiernach wird die Flächenhelligkeit im virtuellen Bilde:

$$20000 \sin^2 \vartheta \cdot \frac{p^2}{z^2} \cdot \frac{R_1 - R_2}{2\,(R_1 + R_2)\,\pi \cdot n} \cdot \frac{85{,}2^2}{50^2}$$

Durch Einsetzen der Zahlenwerte für p, z, R_1, R_2, n erhält man:

$$\frac{p^2}{z^2} = 0{,}956$$

$$\frac{R_1 - R_2}{2\,(R_1 + R_2)\,\pi \cdot n} = 0{,}00133$$

und mithin für die Aufhellung des Gesichtsfeldes den Wert:

$$20000 \cdot 0{,}956 \cdot 0{,}00133 \cdot 2{,}9 \sin^2 \vartheta$$
$$= 20000 \cdot 0{,}00368 \sin^2 \vartheta$$

Für $\vartheta = 38{,}76'$ findet man:

$$0{,}00936$$

Dieser Wert ist nun gleich

$$146 \cdot \left(\frac{p}{2D}\right)^2$$

d. h. die Flächenhelligkeit im lichtstärksten Teile des sekundären Bildes ist gleich derjenigen einer durch 146 Meter-Kerzen beleuchteten absolut weißen Fläche.

VIII. Die Selbstinduktion.

In dem folgenden Kapitel soll der zeitliche Verlauf des Rollenstromes untersucht werden.

Die bisher entwickelten Formeln gelten streng, sobald die Bildöffnung sich solange in einem Felde gleicher Beleuchtungsintensität befindet, daß der Rollenstrom zu konstanter Stärke anwachsen kann.

Im Allgemeinen ist das nicht der Fall; Phase und Amplitude sind dann Abweichungen unterworfen, welche durch die Selbstinduktion der Rolle und die Helligkeitsverteilung im Bildfelde bestimmt sind.

Der Verlauf von Strömen in Leitungen mit Selbstinduktion ist eingehend für den Fall untersucht worden, daß in den Strombahnen elektromotorische Kräfte tätig sind, welche nur von der Zeit abhängen. In unserem Falle hingegen handelt es sich um konstante elektromotorische Kräfte und einen zeitlich veränderlichen Widerstand. Die Klemmenspannung der Rolle wird infolgedessen nicht nur von der Zeit, sondern auch von Stromintensitäten abhängig.

Um die hier geltenden Differentialgleichungen aufzustellen, gehen wir von dem einfachsten Falle aus, daß nämlich ein einzelner mit Selbstinduktion behafteter Leitungskreis vorhanden ist, dessen Widerstand eine Zeitfunktion ist und in welchem eine konstante elektromotorische Kraft angebracht ist.

Diese Voraussetzungen treffen bei unserem Problem zu, sobald die Drehung, welche die Polarisationsebene bei dem größten Widerstande der Selenzelle erfährt, durch ein konstantes d. h. von der Induktion durch den veränderlichen Rollenstrom unabhängiges magnetisches Feld kompensiert wird. Es läßt sich dies erreichen, indem die Rolle in das Feld eines permanenten Stahlmagneten gelegt wird. Die für die Rollenwicklung aufzustellenden Formeln, sowie die Berechnung der Aufhellung des Gesichtsfeldes stimmen dann vollständig mit den für die letzte Art der Gegenstromschaltung abgeleiteten überein.

Bezeichnet p den Koeffizienten der Selbstinduktion, E die elektromotorische Kraft, w_t den Widerstand, J die Stromstärke, so ist:

$$w_t \cdot J + p \cdot \frac{dJ}{dt} = E$$

Das allgemeine Integral dieser Differentialgleichung ist:

$$J = e^{-\frac{1}{p}\int w_t\,dt}\left[C + \frac{E}{p}\int e^{\frac{1}{p}\int w_t\,dt}\,dt\right]$$

Die Konstante C bestimmt sich aus der Anfangsbedingung:

$$\left|\begin{array}{l} J = J_0 \\ t = 0 \end{array}\right.$$

Setzen wir:

$$\int w_t\,dt = W_t$$

so wird:

$$\text{I.} \qquad J = e^{-\frac{1}{p}W_t} \cdot \left[C + \frac{E}{p}\int e^{\frac{1}{p}W_t}\,dt\right]$$

Wir wollen nun die folgenden, zwar willkürlichen, aber möglichen Annahmen machen, um aus den Tatsachen, welche sich in einem besonderen Beispiele ergeben, allgemeine Schlüsse zu ziehen.

Die Bildöffnung durchquere nach hinreichend langem Aufenthalt in vollkommen dunklem Felde einen senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung, also radial verlaufenden scharf begrenzten weißen Streifen. Beim Eintritt in denselben falle der Widerstand der Selenzelle innerhalb 0,00015″ von $w_\tau = 5000$ Ohm auf $w_\sigma = 3000$ Ohm, bleibe während der nächsten 0,00105″ konstant und steige hierauf in 0,00015″ wieder auf den früheren Wert an.

Die Abhängigkeit des Widerstandes w_t von der Zeit sei für das Intervall $t_0 = 0$ bis $t_1 = 0{,}00015''$ durch die Gleichung:

$$w_t = \frac{a_1}{1 + b_1 t} \cdot w_r,$$

für die Periode des Anwachsens, also für $t_2 = 0{,}00120''$ bis $t_3 = 0{,}00135''$ durch:

$$w_t = \frac{a_3}{1 - b_3 t} \cdot w_r \text{ gegeben.}$$

Da für $t_0 = 0$ $\quad w_{t_0} = w_r + w_\tau$ und

für $t_1 = 0{,}00015''$ $\quad w_{t_1} = w_r + w_\sigma$ ist, so wird:

$$a_1 = 1 + \frac{w_\tau}{w_r},\; b_1 = \frac{w_\tau - w_\sigma}{w_r + w_\sigma} \cdot \frac{1}{t_1}$$

und mithin während der Widerstandsabnahme:

$$w_t = \frac{w_r + w_\tau}{1 + \frac{w_\tau - w_\sigma}{w_r + w_\sigma} \cdot \frac{t}{t_1}}$$

Ferner ist für $t_2 = 0{,}00120''$ $w_{t_2} = w_r + w_\sigma$ und

für $t_3 = 0{,}00135''$ $w_{t_3} = w_r + w_\tau$, also:

$$a_3 = \frac{1}{w_r} \cdot \frac{(w_r + w_\tau)(w_r + w_\sigma)(t_3 + t_2)}{(w_r + w_\tau)\,t_3 - (w_r + w_\sigma)\,t_2},\; b_3 = \frac{w_\tau - w_\sigma}{(w_r + w_\tau)\,t_3 - (w_r + w_\sigma)\,t_2}$$

mit während der Widerstandszunahme:

$$w_t = \frac{(w_r + w_\tau)(w_r + w_\sigma)(t_3 - t_2)}{(w_r + w_\tau)\,t_3 - (w_r + w_\sigma)\,t_2 - (w_\tau - w_\sigma)\,t}$$

Weiter ergibt sich durch Integration für das Zeitgebiet t_0 bis t_1:

$$W_{t_{0,1}} = \frac{a_1}{b_1}\, w_r \log(1 + b_1 t),$$

für t_2 bis t_3:

$$W_{t_{2,3}} = \frac{a_3}{b_3}\, w_r \log(1 - b_3 t)$$

Nennen wir die Stromstärke zur Zeit t_0 J_0, für t_0 bis t_1 $J_{0,1}$, so erhalten wir durch Einsetzen der Funktion $W_{t_{0,1}}$ in die Gleichung I als Integral:

$$\text{II.} \qquad J_{0,1} = (1 + b_1 t)^{-\frac{1}{p}\cdot\frac{a_1}{b_1} w_r} \left[C_0 + \frac{E}{p} \int (1 + b_1 t)^{\frac{1}{p}\cdot\frac{a_1}{b_1} w_r} dt \right]$$

mit der Grenzbedingung:

$$\left|\; \begin{array}{l} t_0 = 0 \\ J_0 = \dfrac{E}{w_r + w_\tau} \end{array} \right.$$

Hieraus ergibt sich J_1.

Für t_1 bis t_2 ist w_t konstant. Das Integral für die Stromstärke wird dann:

$$\text{III.} \qquad J_{1,2} = e^{-\frac{w}{p} t} \left[C_1 + \frac{E}{p} \int e^{\frac{w}{p} t} dt \right]$$

worin:

$$w = w_r + w_\sigma$$

Die Konstante C_1 ist durch die Grenzbedingung bestimmt:

$$\left|\; \begin{array}{l} t_1 = 0{,}00015'' \\ J = J_1 \end{array} \right.$$

Aus III bestimmt sich J_2.

Für das Intervall t_2 bis t_3 ergibt die Gleichung I unter Benutzung der Funktion $W_{2,3}$:

$$\text{IV.} \qquad J_{2,3} = (1 - b_3 t)^{\frac{1}{p}\cdot\frac{a_3}{b_3} w_r} \left[C_2 + \frac{E}{p} \int (1 - b_3 t)^{-\frac{1}{p}\cdot\frac{a_3}{b_3} w_r} dt \right]$$

$$\left| \begin{array}{l} t = 0{,}00120'' \\ J = J_2 \end{array} \right.$$

Durch Ausführung der Integrationen erhält man aus den Gleichungen II bis IV:

$$\text{V.}\quad J_{0,1} = E\left[\left(\frac{1}{a_1\,w_r} - \frac{1}{a_1\,w_r + b_1\,p}\right)(1 + b_1\,t)^{-\frac{1}{p}\cdot\frac{a_1}{b_1}\,w_r} + \frac{1 + b_1\,t}{a_1\,w_r + b_1\,p}\right]$$

$$\text{VI.}\quad J_{1,2}\;J_1\;e^{-\frac{w_r + w_\sigma}{p}(t - t_1)} + \frac{E}{w_r + w_\sigma}\left(1 - e^{-\frac{w_r + w_\sigma}{p}(t - t_1)}\right)$$

$$\text{VII.}\quad J_{2,3} = J_2\left(\frac{1 - b_3\,t}{1 - b_3\,t_2}\right)^{\frac{1}{p}\cdot\frac{a_3}{b_3}\,w_r} + E\cdot\frac{1 - b_3\,t}{a_3\,w_r - b_3\,p}\left[1 - \left(\frac{1 - b_3\,t}{1 - b_3\,t_2}\right)^{\frac{1}{p}\cdot\frac{a_3}{b_3}w_r - 1}\right]$$

Für die Zeit nach t_3 gilt endlich, da der Widerstand konstant gleich $w_r + w_\tau$ bleibt, das der Gleichung VI analog gebildete Integral:

$$\text{VIII.}\quad J_{3,\infty} = J_3\;e^{-\frac{w_r + w_\tau}{p}(t - t_3)} + \frac{E}{w_r + w_\tau}\left(1 - e^{-\frac{w_r + w_\tau}{p}(t - t_3)}\right)$$

Die Drehung der Polarisationsebene ist der Differenz $\triangle J$ zwischen dem jeweiligen Rollenstrom J und seinem Minimum $\frac{E}{w_r + w_\tau}$ proportional. Für diese Differenz ergeben die Gleichungen V bis VIII die folgenden Werte:

$$\text{IX.}\quad \triangle J_{0,1} = E\left[\left(\frac{1}{a_1\,w_r} - \frac{1}{a_1\,w_r + b_1\,p}\right)(1 + b_1\,t)^{-\frac{1}{p}\cdot\frac{a_1}{b_1}\cdot w_r} + \frac{1 + b_1\,t}{a_1\,w_r + b_1\,p} - \frac{1}{a_1\,w_r}\right]$$

$$\text{X.}\quad \triangle J_{1,2} = J_1\;e^{-\frac{w_r + w_\sigma}{p}(t - t_1)} + E\cdot\left(\frac{1 - e^{-\frac{w_r + w_\sigma}{p}(t - t_1)}}{w_r + w_\sigma} - \frac{1}{w_r + w_\tau}\right)$$

$$\text{XII.}\quad \triangle J_{2,3} = J_2\cdot\left(\frac{1 - b_3\,t}{1 - b_3\,t_2}\right)^{\frac{1}{p}\cdot\frac{a_3}{b_3}w_r} + E\left\{\frac{1 - b_3\,t}{a_3\,w_r - b_3\,p}\left[1 - \left(\frac{1 - b_3\,t}{1 - b_3\,t_2}\right)^{\frac{1}{p}\cdot\frac{a_3}{b_3}\,w_r - 1}\right] + \frac{1}{w_r + w_\tau}\right\}$$

$$\text{XII.}\quad \triangle J_{3,\infty} = \left(J_3 - \frac{E}{w_r + w_\tau}\right)\cdot e^{-\frac{w_r + w_\tau}{p}(t - t_3)}$$

Um die folgenden Rechnungen übersichtlicher zu gestalten, setzen wir:

$$\text{IX.*}\qquad \triangle J_{0,1} = A_{0,1}\,(1 + b_1\,t)^{\alpha_1} + B_{0,1}\,(1 + b_1\,t) + C_{0,1}$$

$$\text{X.*}\qquad \triangle J_{1,2} = A_{1,2}\cdot e^{\alpha_2\,(t - t_1)} + B_{1,2}$$

$$\text{XI.*}\qquad \triangle J_{2,3} = A_{2,3}\,(1 - b_3\,t)^{\alpha_3} + B_{2,3}\,(1 - b_2\,t) + C_{2,3}$$

$$\text{XII.*}\qquad \triangle J_{3,\infty} = A_{3,\infty}\;e^{\alpha_4\,(t - t_3)}$$

Die Ausdrücke für die Koeffizienten sind den Gleichungen IX bis XII leicht zu entnehmen.

Nun ist die Helligkeit H des aus dem Polarisator austretenden Lichtbündels proportional dem Sinusquadrat des Drehungswinkels. Da dieser sehr klein bleibt (unter 1°), so können wir mit hinreichender Annäherung setzen:

$$H = k\,(\triangle J)^2$$

Setzen wir die maximale Helligkeit, welche erreicht werden kann, gleich 1, so ist die Konstante k durch die Gleichung bestimmt:

$$1 = k \cdot E^2 \left(\frac{1}{w_r + w_\sigma} - \frac{1}{w_r + w_\tau}\right)^2$$

Es wird:

$$k = \left[\frac{1}{E} \cdot \frac{(w_r + w_\tau)\,(w_r + w_\sigma)}{w_\tau - w_\sigma}\right]^2$$

und demnach:

$$H = \left[\frac{\triangle J}{E} \cdot \frac{(w_r + w_\tau)\,(w_r + w_\sigma)}{w_\tau - w_\sigma}\right]^2$$

Man sieht, daß der Faktor E bei der Berechnung der relativen Aufhellung aus den Formeln herausfällt. Wir dürfen daher E gleich 1 annehmen.

Für die einzelnen Integrationsgebiete erhält man:

$$H_{0,1} = \mathcal{A}_0^2 (1 + b_1 t)^{2\alpha_1} + (2\mathcal{A}_0 \mathcal{B}_0 (1 + b_1 t)^{\alpha_1 + 1} + 2\mathcal{A}_0 \mathcal{C}_0 (1 + b_1 t)^{\alpha_1} + \mathcal{B}_0^2 (1 + b_1 t)^2 + 2\mathcal{B}_0 \mathcal{C}_0 (1 + b_1 t) + \mathcal{C}_0^2$$

$$H_{1,2} = \mathcal{A}_1^2 e^{2\alpha_2 (t - t_1)} + 2\mathcal{A}_1 \mathcal{B}_1 e^{\alpha_2 (t - t_1)} + \mathcal{B}_1^2$$

$$H_{2,3} = \mathcal{A}_2^2 (1 - b_3 t)^{2\alpha_3} + 2\mathcal{A}_2 \mathcal{B}_2 (1 - b_3 t)^{\alpha_3 + 1} + 2\mathcal{A}_2 \mathcal{C}_2 (1 - b_3 t)^{\alpha_3} + \mathcal{B}_2^2 (1 - b_3 t)^2 + 2\mathcal{B}_2 \mathcal{C}_2 (1 - b_3 t) + \mathcal{C}_2^2$$

$$H_{3,\infty} = \mathcal{A}_3^2 e^{2\alpha_4 (t - t_3)}$$

Die Koeffizienten ergeben sich aus denjenigen der Gleichungen IX*—XII* nach dem Bildungsgesetz:

$$\mathcal{A} = \frac{A}{E} \cdot \frac{(w_r + w_\tau)\,(w_r + w_\sigma)}{w_\tau - w_\sigma}$$

Ein bestimmter Punkt des sekundären Bildes erhält sein Licht, während sich die Lichtöffnung um ihre Breite verschiebt. Die hierzu erforderliche Zeit heiße $\triangle t$ und sei in unserem Falle gleich 0,00015″.

Infolgedessen wird die subjektiv empfundene Helligkeit $\mathcal{H}$ eines sekundären Bildpunktes nach dem Gesetz von der Dauer des Lichteindrucks gleich dem Mittelwerte der während der Zeit $\triangle t$ auftretenden Helligkeiten. Also:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{\triangle t} \int_t^{t + \triangle t} H\,dt$$

Hieraus folgt:

$$\text{XIII.}\quad \mathcal{H}_0 = \frac{1}{\triangle t \cdot b_1} \left[\frac{\mathcal{A}_0^2}{2\alpha_1 + 1} (1 + b_1 t)^{2\alpha_1 + 1} + \frac{2\mathcal{A}_0 \mathcal{B}_0}{\alpha_1 + 2} (1 + b_1 t)^{\alpha_1 + 2} + \frac{2\mathcal{A}_0 \mathcal{C}_0}{\alpha_1 + 1} (1 + b_1 t)^{\alpha_1 + 1} \right.$$

$$\left. + \frac{\mathcal{B}_0^2}{3} (1 + b_1 t)^3 + \frac{2\mathcal{B}_0 \mathcal{C}_0}{2} 1 + b_1 t^2 + \mathcal{C}_0^2 \cdot b_1 t \right]_0^{\triangle t}$$

$$\text{XIV.}\quad \mathcal{K}_{1,2} = \frac{1}{\triangle t}\left[\frac{\mathcal{A}_1^2}{2\alpha_2} e^{2\alpha_2 (t - t_1)} + \frac{2\mathcal{A}_1 \mathcal{B}_1}{\alpha_2} e^{\alpha_2 (t - t_1)} + \mathcal{B}_1^2 t\right]_t^{t + \triangle t}$$

$$\text{XV.}\quad \mathcal{K}_2 = \frac{1}{\triangle t \cdot b_3}\left[\frac{\mathcal{A}_2^2}{2\alpha_3 + 1}(1 - b_3 t)^{2\alpha_3 + 1} + \frac{2\mathcal{A}_2 \mathcal{B}_2}{\alpha_3 + 2}(1 - b_3 t)^{\alpha_3 + 2} + \frac{2\mathcal{A}_2 \mathcal{C}_2}{\alpha_3 + 1}(1 - b_3 t)^{\alpha_3 + 1} \right.$$

$$\left. + \frac{\mathcal{B}_2^2}{3}(1 - b_3 t)^3 + \frac{2\mathcal{B}_2 \mathcal{C}_2}{2}(1 - b_3 t)^2 - \mathcal{C}_2^2 b_3 t\right]_{t_2 + \triangle t}^{t_2}$$

$$\text{XVI.}\quad \mathcal{K}_{3,\infty} = \frac{1}{\triangle t} \cdot \frac{\mathcal{A}_3^2}{2\alpha_4}\left[e^{2\alpha_4 (t - t_3)}\right]_t^{t + \triangle t}$$

Bei der zahlenmäßigen Durchrechnung sind den Widerständen w_r, w_τ, w_σ die früher angenommenen Werte, der Selbstinduktion ein abgeschätzter Wert zu Grunde gelegt.

Es ergab sich das Folgende:

Diejenigen Bildpunkte, welche um die Breite δ der Lichtöffnung von der Grenze des hellen Streifens entfernt liegen, erhalten noch kein Licht. In der Grenzlinie ist die Helligkeit

$$\mathcal{K}_0 = 0{,}21.$$

H wächst rasch und hat im Abstande δ von der Grenze des Streifens bereits den Wert

$$\mathcal{K}_1 = 0{,}95,$$

erreicht gleich darauf in asymptotischer Annäherung einen der Einheit sehr nahen Wert, behält denselben bis zum Abstande δ von der jenseitigen Grenze, sodaß

$$\mathcal{K}_2 = 1,$$

fällt hierauf wieder, indem sein Wert an der Grenzlinie

$$\mathcal{K}_3 = 0{,}46 \text{ wird}$$

und ist schon in der weiteren Entfernung δ fast gleich 0.

Wird der Stromkreis als selbstinduktionslos vorausgesetzt, so sind die entsprechenden Werte für die Helligkeit:

0; 0,33; 1; 1; 0,33; 0.

Die Selbstinduktion übt daher einen wesentlichen Einfluß auf die Helligkeitsverteilung aus, der sich bei größeren Feldern nur an den Grenzen derselben merklich zeigt, die feineren Schattierungen des sekundären Bildes jedoch in ihrer Schärfe und Helligkeit herabsetzt.

Eine entgegengesetzte Wirkung auf den Stromverlauf, als die Selbstinduktion, hat nun ein in die Leitung eingeschalteter Kondensator, indem seine Potentialdifferenz die Trägheit der Selbstinduktion unter gewissen Umständen zu verringern oder ganz aufzuheben vermag.

Die hierzu erforderliche Kapazität ist aber nicht nur von dem Selbstinduktionskoeffizienten p, sondern auch von der Art der Veränderung der Stromstärke, also für unser Problem von der Lichtverteilung im primären Bilde abhängig. Da diese wechselvoll und regellos ist, kann ein Kondensator die Selbstinduktion nicht gleichzeitig und dauernd in allen Teilen des sekundären Bildes kompensieren. Wohl aber erscheint es möglich, eine möglichst günstige Wirkung dadurch zu erzielen, daß man eine mittlere Kapazität wählt, etwa so, daß bei der Verschiebung der Lichtöffnung um ihre Breite bei mittlerem Helligkeitswechsel die Kompensation eintritt.

In diesem Punkte muß das Experiment entscheiden. Es erscheint um so wichtiger, als der verhältnismäßige hohe Wert, welcher im vorigen Kapitel für die maximale Aufhellung berechnet ist,

erwarten läßt, die Größe der Zerstreuungskreise noch verringern und dadurch die Schärfe der Abbildung steigern zu können. Die Bedeutung der Selbstinduktion tritt in diesem Falle noch mehr hervor.

Der Verfasser beabsichtigt, experimentelle Untersuchungen über die wichtigsten Punkte der Theorie, insbesondere auch über die in diesem Abschnitte behandelte Frage anzustellen, und behält sich die Mitteilung der Ergebnisse vor.

Hier sollen deshalb nur noch die Differentialgleichungen zusammengestellt werden, welche gelten, sobald der Rollenkreis Selbstinduktion und Kapazität besitzt.

In dem einfachsten Falle, nämlich wenn die Rolle in einer unverzweigten Leitung innerhalb eines konstanten magnetischen Feldes sich befindet, ist:

$$Jw + p\frac{dJ}{dt} + V = E$$

$$J = c\frac{dV}{dt}$$

wenn V die Potentialdifferenz der Belegungen des Kondensators, c die Kapazität derselben bedeutet.

Für die Gegenstromschaltung mit einfacher Rollenwicklung ergibt sich:

$$J\left(w_r + \frac{w_\tau \cdot w_t}{w_\tau + w_t}\right) + p\frac{dJ}{dt} + V = 2E \cdot \frac{w_\tau{}^2 - w_t \cdot w_2}{(w_\tau + w_2)\,(w_\tau + w_t)}$$

$$J = c \cdot \frac{dV}{dt}$$

Im Falle der Gegenstromschaltung mit Doppelwicklung ist auch die gegenseitige Induktion zu berücksichtigen. Es sei q der Koeffizient derselben. Dann ist:

$$J\,w_t + p\frac{dJ}{dt} + q\frac{dJ_0}{dt} + V = E$$

$$J_0\,w_0 + p_0\frac{dJ_0}{dt} + q\frac{dJ}{dt} = e_0$$

$$J = c \cdot \frac{dV}{dt}$$

Zum Schlusse seien kurz diejenigen Hauptpunkte der von uns angegebenen Konstruktion eines elektrischen Fernsehers hervorgehoben, welche gegenüber den schon veröffentlichten Vorschlägen neu und für die Ausführbarkeit von wesentlicher Bedeutung sind.

Beim Sender ermöglicht die eigentümliche optische Anordnung, die Selenzelle fest anzuordnen, sodaß stets ihre ganze Fläche von den abbildenden Strahlen in einem bei wandernder Bildöffnung der Lage nach unverändertem Kreise getroffen wird. Dadurch wird gleichzeitig die Selenzelle voll ausgenutzt und die denkbar einfachste Art der Bildteilung durch eine rotierende, mit keiner anderen Arbeit belasteten Axe ermöglicht. Das letztere ist von besonderer Bedeutung für die Erhaltung des Synchronismus. Ebenso werden alle Schleifkontakte, welche einen veränderlichen Widerstand in die Leitung bringen würden, vermieden.

Beim Empfänger liegt der Wert der optischen Konstruktion darin, daß das zur Beleuchtung einer Lichtöffnung verwandte Licht ohne jeden Blendenverlust durch den langen Flint-

glascylinder in das Auge geleitet wird. So genügen kleine Drehungswinkel, um eine hinreichende Aufhellung zu bewirken. Damit die Größe der Zerstreuungskreise möglichst gering gewählt und dadurch die Schärfe der Abbildung gesteigert werden kann, ist es endlich von besonderer Bedeutung, die Rollenwicklung und die Schaltung so zu bestimmen, daß das Maximum der Aufhellung erreicht wird. Dieser Forderung soll die eingehende Behandlung der elektrischen Größen gerecht werden.

Im März 1903.

Walther Stephan.